

## Matematica

### Liceo Scientifico, Scientifico opzione Scienze Applicate

	1° biennio		2° biennio		5° anno
	1 <sup>^</sup>	2 <sup>^</sup>	3 <sup>^</sup>	4 <sup>^</sup>	5 <sup>^</sup>
Matematica (LS)	149	149	119	119	119
Matematica (LSSA)	149	119	119	119	119

### Premessa generale

Tenendo conto di quanto richiesto dal profilo finale dello studente<sup>1</sup>, al termine del secondo ciclo di istruzione lo studente conoscerà i concetti e i metodi elementari della matematica, sia interni alla disciplina in sé considerata, sia rilevanti per la descrizione e la previsione di fenomeni, in particolare del mondo fisico. Egli saprà inquadrare le varie teorie matematiche studiate nel contesto storico entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale. Su questa base svilupperà la sua competenza nel valorizzare le conoscenze e le abilità matematiche nell'affrontare situazioni e problemi sia interni alla matematica, sia esterni a essa, soprattutto in ambito scientifico.

La competenza matematica, nel quadro delle competenze chiave per l'apprendimento permanente delineato a livello europeo, ha avuto una sua definizione, che può risultare assai utile nell'impostare i processi di apprendimento scolastico<sup>2</sup>:

*“La competenza matematica è l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane.”*

Partendo da una solida padronanza delle competenze aritmetico-matematiche, l'accento è posto sugli aspetti del processo e delle attività oltre che su quelli della conoscenza. La competenza matematica comporta, in misura variabile, la capacità e la disponibilità ad usare modelli matematici di pensiero (pensiero logico e spaziale) e di presentazione (formule, modelli, costrutti, grafici, carte).

La conoscenza necessaria nel campo della matematica comprende una solida conoscenza del calcolo, delle misure e delle strutture, delle operazioni di base e delle presentazioni matematiche di base, una comprensione dei termini e dei

<sup>1</sup> Comprendere il linguaggio formale specifico della matematica, saper utilizzare le procedure tipiche del pensiero matematico, conoscere i contenuti fondamentali delle teorie che sono alla base della descrizione matematica della realtà.

<sup>2</sup> Raccomandazione del Parlamento Europeo e del Consiglio del 18 dicembre 2006 relativa a Competenze chiave per l'apprendimento permanente (2006/962/CE).

## Matematica

concetti matematici e una consapevolezza dei quesiti cui la matematica può fornire una risposta.

Una persona dovrebbe disporre delle abilità per applicare i principi e processi matematici di base nel contesto quotidiano nella sfera domestica e sul lavoro nonché per seguire e vagliare concatenazioni di argomenti. Una persona dovrebbe essere in grado di svolgere un ragionamento matematico, di cogliere le prove matematiche e di comunicare in linguaggio matematico oltre a saper usare i sussidi appropriati.

Un atteggiamento positivo in relazione alla matematica si basa sul rispetto della verità e sulla disponibilità a cercare motivazioni e a determinarne la validità.

## Primo biennio

Nel primo ciclo dell'istruzione la competenza matematica è inclusa nell'area di apprendimento "della matematica, della scienza e della tecnologia" e, per quanto possibile, è bene che si favoriscano anche nel primo biennio del secondo ciclo i collegamenti tra questi tre insegnamenti in quanto essi concorrono alla formazione generale dello studente sia per le competenze che sviluppano, sia per i saperi e i metodi specifici che li caratterizzano. Si tratta di un campo privilegiato per l'acquisizione di metodi, concetti, atteggiamenti indispensabili per interrogarsi, osservare e comprendere il mondo e per confrontarsi con l'idea di problematicità, complessità e trasformabilità del reale.

Lo studente, infatti, nell'ambito di un curriculum verticale che coinvolge tutto il percorso dell'obbligo di istruzione, sperimenta l'idea di laboratorialità come elemento unificante di questa area di apprendimento, laboratorialità da intendere non solo come luogo fisico strutturato ma, in senso più generale, come momento in cui egli è attivo, si pone domande, formula ipotesi, ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a utilizzare strumenti di misura, a raccogliere dati e a confrontarli con le ipotesi formulate, condivide significati, perviene a conclusioni ancorché temporanee.

Al termine di una simile esperienza di apprendimento egli si rapporterà al mondo naturale e a quello delle attività umane con un atteggiamento razionale, utilizzando l'insieme delle conoscenze e delle metodologie possedute per raggiungere una visione sempre più ampia e approfondita della realtà che lo circonda, riuscendo ad identificare le problematiche e abituandosi a trarre conclusioni che siano basate su fatti comprovati ed informazioni attendibili. Inoltre giungerà ad apprezzare la matematica come strumento utile per risolvere problemi reali e a sviluppare un rapporto positivo con questa disciplina, premessa indispensabile per prevenire l'insorgere di sentimenti di inadeguatezza e dei conseguenti insuccessi nell'apprendimento.

Tuttavia, la matematica dovrà anche essere presentata nella sua diversità dalla fisica e dalle scienze. Sarà così lo strumento per avviare lo studente al pensiero induttivo e deduttivo, all'astrazione dei concetti, ad un linguaggio preciso ed essenziale con cui definire, dimostrare, generalizzare e formalizzare concetti.

In questo quadro l'insegnamento della matematica, a partire dai saperi disciplinari e da un costante riferimento al contesto quotidiano, allo studio e al lavoro, attraverso il consolidamento dei processi di astrazione, simbolizzazione e generalizzazione, sviluppa forme specifiche di pensiero e assicura gli strumenti necessari ad affrontare i problemi della vita quotidiana e la descrizione scientifica del mondo. In particolare, lo studente al termine dell'obbligo istruttivo avrà sviluppato alcune competenze fondamentali quali: la padronanza delle procedure e

## Matematica

delle tecniche del calcolo aritmetico e algebrico, anche mentale; la capacità di riconoscere e risolvere problemi di vario tipo, anche in ambito geometrico, individuando le strategie più appropriate; la capacità di rilevare, analizzare e interpretare dati significativi riferiti a contesti reali, anche avvalendosi della rappresentazione grafica e simbolica; la capacità di eseguire ragionamenti astratti, induttivi e deduttivi, utilizzando un linguaggio adeguato.

Di seguito sono indicate, seguendo l'impostazione del Quadro Europeo delle Qualificazioni e le indicazioni per l'obbligo di istruzione, le competenze da promuovere nel primo biennio e la loro articolazione o declinazione secondo conoscenze e abilità.

## Matematica. Primo biennio

### COMPETENZE

- **Padroneggiare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico e saperle applicare in contesti reali.**
- **Rappresentare, confrontare ed analizzare figure geometriche, individuandone varianti, invarianti, relazioni, anche a partire da situazioni reali.**
- **Rilevare dati significativi in contesti reali, analizzarli, interpretarli, sviluppare deduzioni e ragionamenti sugli stessi, utilizzando, se del caso, rappresentazioni grafiche e strumenti di calcolo.**
- **Individuare le strategie più appropriate per la soluzione di problemi di vario tipo giustificando il procedimento seguito e utilizzando in modo corretto i linguaggi specifici.**

Abilità	Conoscenze
<p><b>Aritmetica e algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizzare le procedure del calcolo aritmetico (a mente, per iscritto, a macchina) per calcolare espressioni aritmetiche e risolvere problemi; operare con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati. Calcolare semplici espressioni con potenze e radicali. Utilizzare correttamente il concetto di approssimazione.</li> <li>- Padroneggiare l'uso della lettera come mero simbolo e come variabile; eseguire le operazioni con i polinomi; fattorizzare un polinomio, evitando eccessivi tecnicismi, semplici casi di divisione con resto fra due polinomi.</li> <li>- Comprendere i concetti di vettore, di dipendenza e indipendenza lineare, di prodotto scalare e vettoriale nel piano e nello spazio nonché gli elementi del calcolo matriciale, anche in rapporto al loro utilizzo in fisica.</li> </ul> <p><b>Geometria</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Eseguire costruzioni geometriche elementari utilizzando la riga e il compasso e/o strumenti informatici.</li> <li>- Conoscere e usare misure di grandezze geometriche: perimetro, area e volume delle principali figure geometriche del piano e dello spazio.</li> <li>- Porre, analizzare e risolvere problemi del piano e dello spazio utilizzando le proprietà delle figure geometriche oppure le proprietà di opportune isometrie. Comprendere dimostrazioni, sviluppare semplici catene deduttive ed eseguire semplici dimostrazioni.</li> </ul> <p><b>Relazioni e funzioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Risolvere equazioni di primo e secondo grado; risolvere disequazioni e sistemi di equazioni e disequazioni.</li> <li>- Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate. Studiare le funzioni <math>f(x) = ax + b</math></li> </ul>	<p><b>Aritmetica e algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- I numeri: naturali, interi, razionali (sotto forma frazionaria e decimale), irrazionali. L'insieme dei numeri reali; loro ordinamento e rappresentazione su una retta. Le operazioni con i numeri interi e razionali e le loro proprietà.</li> <li>- Potenze e radici. Rapporti e percentuali. Approssimazioni.</li> <li>- Le espressioni letterali e i polinomi. Operazioni con i polinomi.</li> <li>- Vettori e matrici.</li> </ul> <p><b>Geometria</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Gli enti fondamentali della geometria e il significato dei termini postulato, assioma, definizione, teorema, dimostrazione. Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. Le principali figure del piano e dello spazio.</li> <li>- Il piano euclideo: relazioni tra rette, congruenza di figure, poligoni e loro proprietà. Circonferenza e cerchio. Misura di grandezze; grandezze incommensurabili; perimetro e area dei poligoni. Il Teorema di Pitagora.</li> <li>- Il Teorema di Talete e le sue conseguenze. Le principali trasformazioni geometriche e loro invarianti (isometrie e similitudini). Esempi di loro utilizzazione nella dimostrazione di proprietà geometriche.</li> </ul> <p><b>Relazioni e funzioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica). Linguaggio degli insiemi e delle funzioni (dominio, composizione, inversa, ecc.). Collegamento con il concetto di equazione. Funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di</li> </ul>

## Matematica

e  $f(x) = ax^2 + bx + c$  e rappresentare rette e parabole nel piano cartesiano, finalizzando lo studio anche alla soluzione delle equazioni di primo e secondo grado in una incognita, delle disequazioni associate e dei sistemi di equazioni lineari in due incognite.

- Apprendere le tecniche per la risoluzione grafica e algebrica di problemi.
- Risolvere problemi che implicano l'uso di funzioni, di equazioni e di sistemi di equazioni anche per via grafica, collegati con altre discipline e situazioni di vita ordinaria, come primo passo verso la modellizzazione matematica.
- Affrontare lo studio delle funzioni  $f(x) = |x|$ ,  $f(x) = a/x$ , funzioni lineari a tratti, funzioni circolari sia in un contesto strettamente matematico sia in funzione della rappresentazione e soluzione di problemi applicativi; applicare la proporzionalità diretta e inversa anche in rapporto al programma di fisica.
- Funzioni quadratiche e rappresentazione geometrica delle coniche nel piano cartesiano.
- Funzioni circolari e le loro proprietà e relazioni elementari, i teoremi che permettono la risoluzione dei triangoli e il loro uso nell'ambito di altre discipline, in particolare nella fisica.

### Dati e previsioni

- Raccogliere, organizzare e rappresentare un insieme di dati. Calcolare i valori medi e alcune misure di variabilità di una distribuzione.
- Calcolare la probabilità di eventi elementari.

### Informatica (solo per liceo scientifico)

- Riconoscere e utilizzare le funzioni di base di un sistema operativo.
- Utilizzare applicazioni di scrittura, calcolo e grafica.
- Raccogliere, organizzare e rappresentare informazioni.
- Utilizzare la rete Internet per ricercare dati e fonti e per la comunicazione interpersonale.
- Riconoscere i limiti e i rischi dell'uso della rete con particolare riferimento alla tutela della privacy.

proporzionalità diretta e inversa).

- Equazioni di primo e secondo grado. Disequazioni e sistemi di equazioni e di disequazioni.
- Il metodo delle coordinate: il piano cartesiano. Rappresentazione grafica delle funzioni.
- Funzioni circolari e loro proprietà, equazioni con funzioni circolari, risoluzione di triangoli.

### Dati e previsioni

- Dati, loro organizzazione e rappresentazione. Distribuzioni delle frequenze a seconda del tipo di carattere e principali rappresentazioni grafiche. Valori medi e misure di variabilità.
- Significato della probabilità e sue valutazioni. Semplici spazi (discreti) di probabilità: eventi disgiunti, probabilità composta, eventi indipendenti. Probabilità e frequenza.

### Informatica (solo per liceo scientifico)

- Architettura e componenti hardware e software di un computer.
- Conoscenza dei software per la gestione di testi, di dati e di figure.
- Ricerca nel web.

## Indicazioni metodologiche per il primo biennio

Nell'elaborazione dei Piani di studio di istituto e nella programmazione didattica dei singoli docenti è utile valorizzare quanto è suggerito a proposito della matematica nelle *Indicazioni nazionali* per i Licei, in quanto ciò si presta anche a impostare una metodologia didattica adeguata.

Durante il primo biennio si dovrà tenere presente che gli alunni non saranno ancora in grado di prender appunti in modo autonomo, seguendo la lezione e selezionando le cose importanti. Incontreranno difficoltà anche nel leggere e capire un testo matematico. Sarà importante, quindi, dedicare del tempo per far loro acquisire queste abilità che andranno gradatamente costruite nel corso del biennio e sostenute e migliorate nel corso di tutto il triennio.

Nel delicato passaggio da una metodologia più intuitiva alla formalizzazione astratta propria del linguaggio matematico, si ridurrà gradualmente l'appello all'intuizione, cercando di far maturare il gusto per il raggiungimento della coerenza formale e della completezza delle strutture teoriche utilizzate.

In particolare, nello studio della geometria andrà considerato il fatto che l'alunno avrà una concezione concreto-operativa della disciplina, conseguenza di un approccio quasi esclusivamente di tipo intuitivo-sperimentale della scuola di primo grado. Poiché non sentirà il bisogno di riorganizzare le sue conoscenze in modo più razionale, sarà opportuno presentargli alcune situazioni in cui l'evidenza intuitiva, usata in modo affrettato, porterà a conclusioni errate.

Si dovrà ridurre la tendenza a ricercare procedimenti risolutivi standardizzati, propria di larga parte dell'insegnamento della matematica, e si cercherà anche di evitare il più possibile l'uso di formule risolutive da applicare in modo meccanico. Nei casi in cui tali formule si renderanno convenienti per la risoluzione veloce di problemi, si cercherà di richiamarne a più riprese la dimostrazione e le ragioni teoriche.

Sarà importante dedicare ampio spazio al problem solving: esaminando una situazione problematica l'alunno imparerà a formulare ipotesi di soluzione ed a ricercare il procedimento risolutivo utilizzando le proprie conoscenze, in un processo che lo abituerà a collegare razionalmente le nozioni teoriche apprese ed a sistemarle in un quadro teorico complessivo ed organico.

Nella scelta dei problemi da risolvere, diventerà particolarmente importante il collegamento con le altre discipline scientifiche. Infatti, l'utilizzo e la presentazione di problemi il più possibile reali e comunque distanti dall'esercizio applicativo, svilupperà l'attitudine ad individuare le situazioni problematiche e più in generale a porsi domande sui temi affrontati, e a giustificare e verificare i risultati.

## Matematica

Il ricorso ad esercizi di tipo applicativo sarà comunque utile sia per consolidare quanto appreso, sia per far acquisire sicurezza nel calcolo, per creare l'abitudine al controllo dei risultati, per consolidare la padronanza nel campo concettuale in esame.

Non si dovrà dimenticare l'importanza di ritornare a più riprese sugli argomenti trattati, in un percorso a spirale che approfondisca a più livelli e da più punti di vista i concetti portanti della disciplina. Sarà questo il modo per consolidare l'apprendimento e per trasmettere il gusto dell'approfondimento.

Nel guidare lo studente all'uso corretto di calcolatrici e computer, si dovrà puntare l'attenzione sul controllo della significatività del dato ottenuto, cercando di accrescere la consapevolezza del vantaggio e dei limiti nell'utilizzo di tali strumenti.

Il linguaggio matematico è per sua natura essenziale e sintetico. Tuttavia si dovrà educare lo studente ad esprimersi anche con il linguaggio naturale come strumento per pensare, per condividere le intuizioni, per completare e documentare adeguatamente i procedimenti risolutivi adottati. L'uso di commenti integrativi, supportati da descrizioni e grafici, accrescerà l'attitudine a giustificare le proprie affermazioni.

Andrà data rilevanza anche agli aspetti dell'autovalutazione, concernenti le modalità di svolgimento del lavoro e le strategie di apprendimento. Sarà importante, quindi, ricavare uno spazio per riflettere sul proprio lavoro, sul modo di affrontare i problemi e di prendere gli appunti, sul metodo di studio utilizzato, sulle differenti strategie per imparare e sulla loro eventuale ottimizzazione.

L'introduzione di riferimenti alla storia della matematica non potrà che dare concretezza e interesse ad argomenti spesso astratti. Sarà importante, laddove l'argomento lo consentirà, presentare anche i tentativi non riusciti per trasmettere l'idea che la matematica, come le altre scienze, si evolve in un percorso di ricerca in cui le intuizioni non sempre trovano riscontro in una legge generale.

Durante tutto il biennio l'alunno comincerà anche ad apprezzare ed usare il linguaggio matematico, cercando di valorizzare soprattutto il suo aspetto universale e sintetico.

## Approfondimenti

### Aritmetica e algebra

Il primo biennio sarà dedicato al passaggio dal calcolo aritmetico a quello algebrico. Lo studente svilupperà le sue capacità nel calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale. In questo contesto saranno studiate le proprietà delle operazioni. Lo studio dell'algoritmo euclideo per la determinazione del MCD permetterà di approfondire la conoscenza della struttura dei numeri interi e di un esempio importante di procedimento algoritmico. Lo studente acquisirà una conoscenza intuitiva dei numeri reali, con particolare riferimento alla loro rappresentazione geometrica su una retta. La dimostrazione dell'irrazionalità di  $\sqrt{2}$  e di altri numeri sarà un'importante occasione di approfondimento concettuale. Lo studio dei numeri irrazionali e delle

espressioni in cui essi compaiono fornirà un esempio significativo di applicazione del calcolo algebrico e un'occasione per affrontare il tema dell'approssimazione. L'acquisizione dei metodi di calcolo dei radicali non sarà accompagnata da eccessivi tecnicismi manipolatori.

Lo studente apprenderà gli elementi di base del calcolo letterale, le proprietà dei polinomi e le operazioni tra di essi.

Lo studente acquisirà la capacità di eseguire calcoli con le espressioni letterali sia per rappresentare un problema (mediante un'equazione, disequazioni o sistemi) e risolverlo, sia per dimostrare risultati generali, in particolare in aritmetica. Lo studente saprà fattorizzare semplici polinomi, saprà eseguire semplici casi di divisione con resto fra due polinomi e ne approfondirà l'analogia con la divisione fra numeri interi. Anche in questo l'acquisizione della capacità calcolistica non comporterà tecnicismi eccessivi.

Si prevede lo studio dei concetti di vettore, di dipendenza e indipendenza lineare, di prodotto scalare e vettoriale nel piano e nello spazio nonché gli elementi del calcolo matriciale. Si approfondirà inoltre la comprensione del ruolo fondamentale che i concetti dell'algebra vettoriale e matriciale hanno nella fisica.

## Geometria

Il primo biennio avrà come obiettivo la conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Verrà chiarita l'importanza e il significato dei concetti di postulato, assioma, definizione, teorema, dimostrazione, con particolare riguardo al fatto che, a partire dagli Elementi di Euclide, essi hanno permeato lo sviluppo della matematica occidentale. In coerenza con il modo con cui si è presentato storicamente, l'approccio euclideo non sarà ridotto a una formulazione puramente assiomatica.

Al teorema di Pitagora sarà dedicata una particolare attenzione affinché ne siano compresi sia gli aspetti geometrici che le implicazioni nella teoria dei numeri (introduzione dei numeri irrazionali) insistendo soprattutto sugli aspetti concettuali.

Lo studente acquisirà la conoscenza delle principali trasformazioni geometriche (traslazioni, rotazioni, simmetrie, similitudini con particolare riguardo al teorema di Talete) e sarà in grado di riconoscere le principali proprietà invarianti. Inoltre studierà le proprietà fondamentali della circonferenza.

La realizzazione di costruzioni geometriche elementari sarà effettuata sia mediante strumenti tradizionali (in particolare la riga e compasso, sottolineando il significato storico di questa metodologia nella geometria euclidea), sia mediante programmi informatici di geometria.

Lo studente apprenderà a far uso del metodo delle coordinate cartesiane, in una prima fase limitandosi alla rappresentazione di punti, rette e fasci di rette nel piano e di proprietà come il parallelismo e la perpendicolarità. L'intervento dell'algebra nella rappresentazione degli oggetti geometrici non sarà disgiunto dall'approfondimento della portata concettuale e tecnica di questa branca della

## Matematica

matematica. Lo studio delle funzioni quadratiche si accompagnerà alla rappresentazione geometrica delle coniche nel piano cartesiano.

Saranno inoltre studiate le funzioni circolari e le loro proprietà e relazioni elementari, i teoremi che permettono la risoluzione dei triangoli e il loro uso nell'ambito di altre discipline, in particolare nella fisica.

### Relazioni e funzioni

Obiettivo di studio sarà il linguaggio degli insiemi e delle funzioni (dominio, composizione, inversa, ecc.), anche per costruire semplici rappresentazioni di fenomeni e come primo passo all'introduzione del concetto di modello matematico. In particolare, lo studente apprenderà a descrivere un problema con un'equazione, una disequazione o un sistema di equazioni o disequazioni; a ottenere informazioni e ricavare le soluzioni di un modello matematico di fenomeni, anche in contesti di ricerca operativa o di teoria delle decisioni.

Lo studente studierà le funzioni del tipo  $f(x) = ax + b$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + c$  e la rappresentazione delle rette e delle parabole nel piano cartesiano consentiranno di acquisire i concetti di soluzione delle equazioni di primo e secondo grado in una incognita, delle disequazioni associate e dei sistemi di equazioni lineari in due incognite, nonché le tecniche per la loro risoluzione grafica e algebrica.

Lo studente studierà le funzioni  $f(x) = |x|$ ,  $f(x) = a/x$ , le funzioni lineari a tratti, le funzioni circolari sia in un contesto strettamente matematico sia in funzione della rappresentazione e soluzione di problemi applicativi. Apprenderà gli elementi della teoria della proporzionalità diretta e inversa. Il contemporaneo studio della fisica offrirà esempi di funzioni che saranno oggetto di una specifica trattazione matematica, e i risultati di questa trattazione serviranno ad approfondire la comprensione dei fenomeni fisici e delle relative teorie.

Lo studente sarà in grado di passare agevolmente da un registro di rappresentazione a un altro (numerico, grafico, funzionale), anche utilizzando strumenti informatici per la rappresentazione dei dati.

### Dati e previsioni

Lo studente sarà in grado di rappresentare e analizzare in diversi modi (anche utilizzando strumenti informatici) un insieme di dati, scegliendo le rappresentazioni più idonee. Saprà distinguere tra caratteri qualitativi, quantitativi discreti e quantitativi continui, operare con distribuzioni di frequenze e rappresentarle. Saranno studiate le definizioni e le proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità, nonché l'uso di strumenti di calcolo (calcolatrice, foglio di calcolo) per analizzare raccolte di dati e serie statistiche. Lo studio sarà svolto il più possibile in collegamento con le altre discipline anche in ambiti entro cui i dati siano raccolti direttamente dagli studenti.

Lo studente sarà in grado di ricavare semplici inferenze dai diagrammi statistici.

Egli conoscerà la nozione di probabilità, con esempi tratti da contesti classici e con l'introduzione di nozioni di statistica.

Sarà approfondito in modo rigoroso il concetto di modello matematico, distinguendone la specificità concettuale e metodica rispetto all'approccio della fisica classica.

#### Elementi di informatica (per i percorsi che la includono nell'insegnamento della matematica)

Lo studente diverrà familiare con gli strumenti informatici, al fine precipuo di rappresentare e manipolare oggetti matematici e studierà le modalità di rappresentazione dei dati elementari testuali e multimediali.

Un tema fondamentale di studio sarà il concetto di algoritmo e l'elaborazione di strategie di risoluzioni algoritmiche nel caso di problemi semplici e di facile modellizzazione e, inoltre, il concetto di funzione calcolabile e di calcolabilità e alcuni semplici esempi relativi.

## Secondo biennio e quinto anno

### Matematica. Secondo biennio

#### COMPETENZE

- **Rappresentare e analizzare figure geometriche del piano, sia sotto forma sintetica, sia in forma analitica.**
- **Utilizzare le conoscenze acquisite nell'ambito dello studio delle successioni, relazioni e funzioni per interpretare e risolvere problemi interni alla matematica, alla fisica e ad altri contesti conoscitivi ed esperienziali.**
- **Utilizzare i metodi e gli strumenti fondamentali della probabilità e della statistica per interpretare situazioni presenti e prevedere eventi futuri.**
- **Valorizzare le conoscenze e le abilità sviluppate in ambito linguistico e logico per esaminare la correttezza delle varie argomentazioni in ambito matematico e per sviluppare propri ragionamenti e dimostrazioni in tale ambito.**

Abilità	Conoscenze
<p><b>Aritmetica e algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Studiare circonferenza e cerchio in relazione al numero <math>\pi</math>, e fenomeni di crescita esponenziale in relazione al numero e.</li> <li>- Rappresentare numeri complessi sotto forma algebrica, geometrica e trigonometrica, evidenziandone le proprietà e operare con essi.</li> </ul> <p><b>Geometria</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Confrontare tra loro l'approccio sintetico e analitico alle sezioni coniche. Calcolare lunghezze e aree presenti nel cerchio.</li> <li>- Calcolare lunghezze, aree e volumi delle figure solide.</li> </ul> <p><b>Relazioni e funzioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Risolvere equazioni polinomiali. Riconoscere e costruire successioni numeriche.</li> <li>- Studiare le funzioni elementari dell'analisi, in particolare la funzione esponenziale e il logaritmo. Costruire semplici modelli di crescita e decrescita esponenziale e di andamento periodico, anche in rapporto alle altre discipline.</li> <li>- Analizzare le principali funzioni sia graficamente, sia analiticamente e operare su funzioni composte e inverse.</li> </ul> <p><b>Dati e previsioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizzare le conoscenze statistiche e probabilistiche in particolare nell'ambito di altre discipline.</li> </ul>	<p><b>Aritmetica e algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- I numeri <math>\pi</math> e <math>e</math>, loro significato e utilizzazione. Numeri reali e numeri trascendenti, l'infinito matematico. Il calcolo approssimato.</li> <li>- Numeri complessi e loro rappresentazione.</li> </ul> <p><b>Geometria</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Le sezioni coniche nell'approccio sintetico e analitico. Circonferenza e cerchio. Luoghi geometrici.</li> <li>- Figure nello spazio. Posizioni reciproche di rette e piani nello spazio. Poliedri e solidi di rotazione.</li> </ul> <p><b>Relazioni e funzioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Le equazioni polinomiali. Successioni numeriche, progressioni aritmetiche e geometriche. Funzioni elementari dell'analisi. Funzioni esponenziali, logaritmiche e quadratiche. Equazioni e disequazioni di secondo grado.</li> </ul> <p><b>Dati e previsioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Distribuzioni doppie condizionate e marginali; deviazione standard; dipendenza; correlazione e regressione. Il concetto di campione statistico.</li> <li>- Probabilità condizionata e composta. Formula di Bayes. Calcolo combinatorio.</li> <li>- Il modello matematico.</li> </ul>

## Indicazioni metodologiche per il secondo biennio

Nell'elaborazione dei Piani di studio di istituto e nella programmazione didattica dei singoli docenti è utile valorizzare quanto è suggerito a proposito della matematica nelle *Indicazioni nazionali* per i Licei, in quanto ciò si presta anche a impostare una metodologia didattica adeguata.

Durante il secondo biennio lo studente dovrà consolidare le abilità apprese in precedenza e quindi bisognerà prevedere attività per sostenere, migliorare ed integrare quanto già incontrato.

Il secondo biennio potrà offrire numerose occasioni per riflettere sul linguaggio scientifico in rapporto a quello letterario. Si potrà comprendere il valore dell'uso di una terminologia univoca in matematica e di un linguaggio che trova il suo valore nella ricchezza dei termini usati, in letteratura. La lettura dei testi originali dei grandi scienziati (es. Euclide, Leonardo, Galilei, ...) permetterà di comprendere come anche il linguaggio matematico si sia evoluto verso una essenzialità e una pulizia che non è solo formalismo ma vera letteratura.

Anche nel secondo biennio, sarà importante dedicare ampio spazio al problem solving: esaminando una situazione problematica l'alunno imparerà a formulare ipotesi di soluzione ed a ricercare il procedimento risolutivo utilizzando le proprie conoscenze, in un processo che lo abituerà a collegare razionalmente le nozioni teoriche apprese ed a sistemarle in un quadro teorico complessivo ed organico.

Nella scelta dei problemi da risolvere, diventerà sempre più importante il collegamento con le altre discipline scientifiche, con una particolare attenzione allo studio delle condizioni limite.

Nel secondo biennio, l'uso di calcolatrici e di computer diventerà necessario per affrontare alcuni temi. Tuttavia, andrà sempre dedicata molta importanza al controllo della significatività del dato ottenuto ed alla consapevolezza del vantaggio e dei limiti nell'utilizzo di tali strumenti.

Durante tutto il biennio l'alunno comincerà anche ad apprezzare ed usare il linguaggio matematico, cercando di valorizzare soprattutto il suo aspetto universale e sintetico.

Pur ponendo attenzione alla progettazione di un percorso di apprendimento attento alla successione logica e coerente dei concetti matematici, sarà comunque importante evidenziare il significato culturale, tecnico - scientifico, economico e sociale delle idee matematiche utilizzate, proponendo utili rimandi allo sviluppo storico di tali idee.

## Matematica

Si continuerà a dare rilevanza agli aspetti dell'autovalutazione perfezionando la capacità di analizzare le differenti strategie utilizzate nell'apprendimento al fine di una loro ottimizzazione.

### Approfondimenti

#### Aritmetica e algebra

Lo studio della circonferenza e del cerchio, del numero  $\pi$ , e di contesti in cui compaiono crescite esponenziali con il numero  $e$ , permetteranno di approfondire la conoscenza dei numeri reali, con riguardo alla tematica dei numeri trascendenti. In questa occasione lo studente studierà la formalizzazione dei numeri reali anche come introduzione alla problematica dell'infinito matematico (e alle sue connessioni con il pensiero filosofico). Sarà anche affrontato il tema del calcolo approssimato, sia dal punto di vista teorico sia mediante l'uso di strumenti di calcolo.

Saranno studiate la definizione e le proprietà di calcolo dei numeri complessi, nella forma algebrica, geometrica e trigonometrica.

#### Geometria

Le sezioni coniche saranno studiate sia da un punto di vista geometrico sintetico che analitico. Inoltre, lo studente approfondirà la comprensione della specificità dei due approcci (sintetico e analitico) allo studio della geometria.

Studierà le proprietà della circonferenza e del cerchio e il problema della determinazione dell'area del cerchio, nonché la nozione di luogo geometrico, con alcuni esempi significativi.

Lo studio della geometria proseguirà con l'estensione allo spazio di alcuni dei temi della geometria piana, anche al fine di sviluppare l'intuizione geometrica. In particolare, saranno studiate le posizioni reciproche di rette e piani nello spazio, il parallelismo e la perpendicolarità, nonché le proprietà dei principali solidi geometrici (in particolare dei poliedri e dei solidi di rotazione).

#### Relazioni e funzioni

Un tema di studio sarà il problema del numero delle soluzioni delle equazioni polinomiali.

Lo studente acquisirà la conoscenza di semplici esempi di successioni numeriche, anche definite per ricorrenza, e saprà trattare situazioni in cui si presentano progressioni aritmetiche e geometriche.

Approfondirà lo studio delle funzioni elementari dell'analisi e, in particolare, delle funzioni esponenziali e logaritmiche. Sarà in grado di costruire semplici modelli di crescita o decrescita esponenziale, nonché di andamenti periodici, anche in rapporto con lo studio delle altre discipline; tutto ciò sia in un contesto discreto sia continuo.

Infine, lo studente apprenderà ad analizzare sia graficamente che analiticamente le principali funzioni e saprà operare su funzioni composte e inverse. Un tema importante di studio sarà il concetto di velocità di variazione di un processo rappresentato mediante una funzione.

### Dati e previsioni

Lo studente, in ambiti via via più complessi, il cui studio sarà sviluppato il più possibile in collegamento con le altre discipline e in cui i dati potranno essere raccolti direttamente dagli studenti, apprenderà a far uso delle distribuzioni doppie condizionate e marginali, dei concetti di deviazione standard, dipendenza, correlazione e regressione, e di campione.

Studierà la probabilità condizionata e composta, la formula di Bayes e le sue applicazioni, nonché gli elementi di base del calcolo combinatorio.

In relazione con le nuove conoscenze acquisite approfondirà il concetto di modello matematico.

## Matematica. Quinto anno

### COMPETENZE

---

- *Utilizzare i metodi e gli strumenti concettuali e operativi dell'analisi matematica per affrontare situazioni interne ed esterne alla matematica, in particolare di natura fisica.*
- *Rappresentare e analizzare figure geometriche dello spazio in forma analitica.*
- *Utilizzare i metodi e gli strumenti fondamentali della probabilità e della statistica per interpretare situazioni presenti e prevedere eventi futuri.*
- *Esaminare e costruire modelli matematici, evidenziandone il significato e il valore conoscitivo.*

Abilità	Conoscenze
<b>Geometria</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Studiare analiticamente le figure dello spazio.</li></ul>	<b>Geometria</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Geometria analitica dello spazio, in particolare rette, piani e sfere.</li></ul>
<b>Relazioni e funzioni</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Calcolare i limiti di una successione e di una funzione in casi semplici.</li><li>- Calcolare la derivata delle funzioni, anche in relazione alle situazioni applicative, in particolare a quelle già studiate. Derivata di semplici prodotti, di quozienti, di composizioni di funzioni, di funzioni razionali.</li><li>- Calcolare l'integrale di funzioni polinomiali intere e altre funzioni elementari. Determinare aree e volumi in casi semplici.</li><li>- Applicare i concetti propri delle equazioni differenziali ad alcuni fenomeni fisici fondamentali.</li><li>- Descrivere e modellizzare fenomeni fisici e di altra natura.</li></ul>	<b>Relazioni e funzioni</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Concetti fondamentali dell'analisi matematica, anche in relazione alla fisica e alle altre discipline. Limite di una successione e di una funzione e suo calcolo. Continuità, derivabilità e integrabilità di una funzione. Derivata e integrale di una funzione.</li><li>- Le equazioni differenziali, loro soluzioni e proprietà.</li><li>- Processi di ottimizzazione.</li></ul>
<b>Dati e previsioni</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Costruire e analizzare modelli matematici.</li></ul>	<b>Dati e previsioni</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Distribuzioni di probabilità: distribuzione binomiale, distribuzione continua.</li><li>- Approfondimento del concetto di modello matematico</li></ul>

---

## Indicazioni metodologiche per il quinto anno

Nell'elaborazione dei Piani di studio di istituto e nella programmazione didattica dei singoli docenti è utile valorizzare quanto è suggerito a proposito della matematica nelle *Indicazioni nazionali* per i Licei, in quanto ciò si presta anche a impostare una metodologia didattica adeguata.

Le indicazioni metodologiche del quinto anno fanno stretto riferimento a quelle del biennio precedente, con le integrazioni seguenti.

Nell'anno finale lo studente approfondirà la comprensione del metodo assiomatico e la sua utilità concettuale e metodologica anche dal punto di vista della modellizzazione matematica. Gli esempi verranno tratti dal contesto dell'aritmetica, della geometria euclidea o della probabilità ma è lasciata alla scelta dell'insegnante la decisione di quale settore disciplinare privilegiare allo scopo.

Lo studio dell'analisi sarà accompagnato da problemi che ne evidenzino la reale applicazione nei vari settori della tecnologia, dell'economia e delle scienze.

Uno degli obiettivi specifici del quinto anno sarà quello di portare gli studenti, attraverso una partecipazione attiva e responsabile, ad essere consapevoli delle proprie conoscenze e competenze per poterle poi confrontare con le esigenze poste dallo studio della matematica all'università. A questo proposito si suggeriscono anche attività mirate che portino lo studente a misurarsi con la sua capacità di autoapprendere (es. uso di piattaforme per lo studio autonomo, attività proposte dall'università o da altri enti formativi...).

Il quinto anno sarà quello privilegiato per dare un significato compiuto agli strumenti matematici incontrati negli anni precedenti. Sarà quindi l'occasione per far gustare la matematica nelle sue diverse sfaccettature: come disciplina strettamente collegata agli altri saperi ma nello stesso tempo autosufficiente, come rigore e precisione ma anche come intuizione e creatività nella ricerca delle soluzioni più idonee, come sfida alla capacità di apprendere e di costruire un pensiero corretto.

### Approfondimenti

#### Geometria

L'introduzione delle coordinate cartesiane nello spazio permetterà allo studente di studiare dal punto di vista analitico rette, piani e sfere.

## Matematica

### Relazioni e funzioni

Lo studente proseguirà lo studio delle funzioni fondamentali dell'analisi anche attraverso esempi tratti dalla fisica o da altre discipline. Acquisirà il concetto di limite di una successione e di una funzione e apprenderà a calcolare i limiti in casi semplici.

Lo studente acquisirà i principali concetti del calcolo infinitesimale – in particolare la continuità, la derivabilità e l'integrabilità – anche in relazione con le problematiche in cui sono nati (velocità istantanea in meccanica, tangente di una curva, calcolo di aree e volumi). Non sarà richiesto un particolare addestramento alle tecniche del calcolo, che si limiterà alla capacità di derivare le funzioni già note, semplici prodotti, quozienti e composizioni di funzioni, le funzioni razionali e alla capacità di integrare funzioni polinomiali intere e altre funzioni elementari, nonché a determinare aree e volumi in casi semplici. Altro importante tema di studio sarà il concetto di equazione differenziale, cosa si intenda con le sue soluzioni e le loro principali proprietà, nonché alcuni esempi importanti e significativi di equazioni differenziali, con particolare riguardo per l'equazione della dinamica di Newton. Si tratterà soprattutto di comprendere il ruolo del calcolo infinitesimale in quanto strumento concettuale fondamentale nella descrizione e nella modellizzazione di fenomeni fisici o di altra natura. Inoltre, lo studente acquisirà familiarità con l'idea generale di ottimizzazione e con le sue applicazioni in numerosi ambiti.

### Dati e previsioni

Lo studente apprenderà le caratteristiche di alcune distribuzioni discrete e continue di probabilità (come la distribuzione binomiale, la distribuzione normale, la distribuzione di Poisson).

In relazione con le nuove conoscenze acquisite, anche nell'ambito delle relazioni della matematica con altre discipline, lo studente approfondirà il concetto di modello matematico e svilupperà la capacità di costruirne e analizzarne esempi.