

## Matematica

Liceo Classico, Linguistico, Scienze Umane, Musicale e Coreutico, Artistico

	1° biennio		2° biennio		5° anno
	1 <sup>^</sup>	2 <sup>^</sup>	3 <sup>^</sup>	4 <sup>^</sup>	5 <sup>^</sup>
Matematica	89	89	60	60	60

### Premessa generale

Tenendo conto di quanto richiesto dal profilo finale dello studente<sup>1</sup>, al termine del secondo ciclo di istruzione lo studente saprà avvalersi, in contesti stimolanti e sfidanti, sotto forma di compiti e problemi tratti da ambiti disciplinari e contesti di vita differenti, soprattutto in ambito scientifico, dei concetti e dei metodi elementari della matematica, sia interni alla disciplina in sé considerata, sia rilevanti per la descrizione e la previsione di fenomeni, in particolare del mondo fisico. Egli saprà cogliere il nesso esistente tra le varie teorie matematiche studiate ed il contesto storico entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale.

La definizione di competenza matematica, nel quadro delle competenze chiave per l'apprendimento permanente delineato a livello europeo, può risultare assai utile nell'impostare i processi di apprendimento scolastico:

*“La competenza matematica è l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane”<sup>2</sup>.*

In questo senso, nel perseguire la padronanza delle competenze aritmetico-matematiche da parte degli studenti, occorre porre l'accento sulla capacità di tradurre i concetti in compiti-sfide che li coinvolgano in processi tesi alla soluzione di problemi tali da renderli consapevoli della matematicità del reale ed in questo modo dei saperi mobilitati. La competenza matematica comporta, in misura variabile, la capacità e la disponibilità a usare modelli matematici di pensiero (logico e spaziale), di impostazione delle ipotesi di intervento, di organizzazione delle pratiche risolutive, di verifica dei risultati ed autocorrezione, infine di presentazione sia degli esiti sia del procedimento seguito (formule, modelli, costrutti, grafici, carte).

<sup>1</sup> Comprendere il linguaggio formale specifico della matematica, saper utilizzare le procedure tipiche del pensiero matematico, conoscere i contenuti fondamentali delle teorie che sono alla base della descrizione matematica della realtà.

<sup>2</sup> Raccomandazione del Parlamento Europeo e del Consiglio del 18 dicembre 2006 relativa a Competenze chiave per l'apprendimento permanente (2006/962/CE).

## Matematica

Sempre secondo quanto espresso nella raccomandazione europea, la conoscenza necessaria nel campo della matematica comprende il calcolo, le misure, le strutture, le operazioni e le presentazioni matematiche di base, una comprensione dei termini e dei concetti matematici e una consapevolezza dei quesiti cui la matematica può fornire una risposta.

Analogamente, lo studente che padroneggia le competenze matematiche deve disporre delle abilità per cogliere le strutture logiche implicite nei vari ambiti in cui è richiesta l'osservazione, l'esercitazione, l'implicazione in compiti e problemi per applicare i principi e i processi matematici di base nel contesto quotidiano, nella sfera domestica e sul lavoro, nonché per seguire e vagliare concatenazioni di argomenti. Egli deve essere in grado di svolgere un ragionamento matematico, di cogliere le prove matematiche e di comunicare in linguaggio matematico oltre a saper usare i sussidi appropriati.

Un *atteggiamento* positivo in relazione alla matematica si basa sulla curiosità e sul desiderio di sapere; sull'attrazione nei confronti dei procedimenti razionali intesi come possibilità di svelare le strutture implicite del reale; sulla convinzione che i prodotti della mente umana sono sempre perfettibili e quindi migliorabili e che la realtà non può mai essere pienamente compresa nella sua essenza tramite prove dimostrative; sulla convinzione di possedere i mezzi intellettivi che consentono di svolgere ragionamenti, definire ipotesi, elaborare e realizzare piani di azione e trarre considerazioni dal procedimento svolto; e soprattutto *“sul rispetto della verità e sulla disponibilità a cercare motivazioni e a determinarne la validità”*.

---

<sup>3</sup> *Idem.*

## Primo biennio

Nel primo ciclo dell'istruzione la competenza matematica era inclusa nell'area di apprendimento “della matematica, della scienza e della tecnologia” e, per quanto possibile, è bene che si favoriscano anche nel primo biennio del secondo ciclo i collegamenti tra questi tre insegnamenti in quanto essi concorrono alla formazione generale dello studente sia per le competenze che sviluppano, sia per i saperi e i metodi specifici che li caratterizzano. Inoltre, il campo scientifico propone una vastità ed una qualità rilevante di situazioni di apprendimento in grado di stimolare negli studenti la maturazione di competenze matematiche. Si tratta di un campo privilegiato per l'acquisizione di metodi, concetti, atteggiamenti indispensabili per interrogarsi, osservare e comprendere il mondo e per confrontarsi con l'idea di problematicità, complessità e trasformabilità, ma nel contempo di meraviglia, del reale.

Lo studente, infatti, nell'ambito di un curriculum verticale che coinvolge tutto il percorso dell'obbligo di istruzione, sperimenta l'idea di laboratorialità come elemento unificante di questa area di apprendimento, laboratorialità da intendere non solo come luogo fisico strutturato ma, in senso più generale, come momento in cui egli è attivo, si pone domande, formula ipotesi, ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a utilizzare strumenti di misura, a raccogliere dati e a confrontarli con le ipotesi formulate, condivide significati, perviene a conclusioni ancorché temporanee.

Al termine di una simile esperienza di apprendimento egli si rapporterà al mondo naturale e a quello delle attività umane con un atteggiamento razionale, utilizzando l'insieme delle conoscenze e delle metodologie possedute per raggiungere una visione sempre più ampia e approfondita della realtà che lo circonda, riuscendo ad identificare le problematiche e abituandosi a trarre conclusioni che siano basate su fatti comprovati ed informazioni attendibili. Inoltre giungerà ad apprezzare la matematica come strumento utile per risolvere problemi reali e a sviluppare un rapporto positivo con questa disciplina, premessa indispensabile per prevenire l'insorgere di sentimenti di inadeguatezza e dei conseguenti insuccessi nell'apprendimento.

In questo quadro l'insegnamento della matematica, a partire dalle possibilità del ragionamento e da un costante riferimento alla realtà, allo studio e al lavoro, attraverso il consolidamento dei processi di astrazione, simbolizzazione e generalizzazione, sviluppa forme specifiche di pensiero e assicura gli strumenti necessari ad affrontare i problemi della vita quotidiana e la descrizione scientifica del mondo. In particolare, lo studente al termine dell'obbligo di istruzione avrà sviluppato alcune competenze fondamentali quali: la padronanza delle procedure e delle tecniche del calcolo aritmetico e algebrico, anche mentale; la capacità di riconoscere e risolvere problemi di vario tipo, anche in ambito geometrico,

## Matematica

individuando le strategie più appropriate; la capacità di rilevare, analizzare e interpretare dati significativi riferiti a contesti reali, anche avvalendosi della rappresentazione grafica e simbolica; la capacità di utilizzare semplici modelli matematici di pensiero.

Di seguito sono indicate, seguendo l'impostazione del Quadro Europeo delle Qualificazioni e le indicazioni per l'obbligo di istruzione, le competenze da promuovere nel primo biennio e la loro articolazione o declinazione secondo conoscenze e abilità.

## Matematica. Primo biennio

### COMPETENZE

- **Padroneggiare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico e saperle applicare in contesti reali.**
- **Rappresentare, confrontare ed analizzare figure geometriche, individuandone varianti, invarianti, relazioni, anche a partire da situazioni reali.**
- **Rilevare dati significativi in contesti reali, analizzarli, interpretarli, sviluppare deduzioni e ragionamenti sugli stessi, utilizzando, se del caso, rappresentazioni grafiche e strumenti di calcolo.**
- **Individuare le strategie più appropriate per la soluzione di problemi di vario tipo giustificando il procedimento seguito e utilizzando in modo corretto i linguaggi specifici.**

Abilità	Conoscenze
<p><b>Aritmetica e algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizzare le procedure del calcolo aritmetico (a mente, per iscritto, a macchina) per calcolare espressioni aritmetiche e risolvere problemi; operare con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati. Calcolare semplici espressioni con potenze e radicali. Utilizzare correttamente il concetto di approssimazione.</li> <li>- Padroneggiare l'uso della lettera come mero simbolo e come variabile; eseguire le operazioni con i polinomi; fattorizzare un polinomio, evitando eccessivi tecnicismi.</li> </ul> <p><b>Geometria</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Eseguire costruzioni geometriche elementari utilizzando la riga e il compasso e/o strumenti informatici.</li> <li>- Conoscere e usare misure di grandezze geometriche: perimetro, area e volume delle principali figure geometriche del piano e dello spazio.</li> <li>- Porre, analizzare e risolvere problemi del piano e dello spazio utilizzando le proprietà delle figure geometriche oppure le proprietà di opportune isometrie. Comprendere dimostrazioni e sviluppare semplici catene deduttive.</li> </ul> <p><b>Relazioni e funzioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Risolvere equazioni di primo e secondo grado; risolvere disequazioni e sistemi di equazioni e disequazioni.</li> <li>- Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate.</li> <li>- Studiare le funzioni <math>f(x) = ax + b</math> e <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> e rappresentare rette e parabole nel piano cartesiano, finalizzando lo studio anche alla soluzione delle equazioni di primo e secondo grado in una incognita, delle disequazioni associate e dei sistemi di equazioni lineari a due incognite.</li> </ul>	<p><b>Aritmetica e algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- I numeri: naturali, interi, razionali (sotto forma frazionaria e decimale), irrazionali. L'insieme dei numeri reali; loro ordinamento e rappresentazione su una retta. Le operazioni con i numeri interi e razionali e le loro proprietà.</li> <li>- Potenze e radici. Rapporti e percentuali. Approssimazioni.</li> <li>- Le espressioni letterali e i polinomi. Operazioni con i polinomi.</li> </ul> <p><b>Geometria</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Gli enti fondamentali della geometria e il significato dei termini postulato, assioma, definizione, teorema, dimostrazione. Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. Le principali figure del piano e dello spazio.</li> <li>- Il piano euclideo: relazioni tra rette, congruenza di figure, poligoni e loro proprietà. Circonferenza e cerchio. Misura di grandezze; grandezze incommensurabili; perimetro e area dei poligoni. Il Teorema di Pitagora.</li> <li>- Il Teorema di Talete e sue conseguenze. Le principali trasformazioni geometriche e loro invarianti (isometrie e similitudini). Esempi di loro utilizzazione nella dimostrazione di proprietà geometriche.</li> </ul> <p><b>Relazioni e funzioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica). Linguaggio degli insiemi e delle funzioni (dominio, composizione, inversa, ecc.). Collegamento con il concetto di equazione. Funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di proporzionalità diretta e inversa).</li> <li>- Equazioni di primo e secondo grado. Disequazioni e sistemi di equazioni e di disequazioni.</li> <li>- Il metodo delle coordinate: il piano cartesiano. Rappresentazione grafica delle funzioni.</li> </ul>

## Matematica

- Risolvere problemi che implicano l'uso di funzioni, di equazioni e di sistemi di equazioni anche per via grafica, collegati con altre discipline e con situazioni di vita ordinaria, come primo passo verso la modellizzazione matematica.

### **Dati e previsioni**

- Raccogliere, organizzare e rappresentare un insieme di dati. Calcolare i valori medi e alcune misure di variabilità di una distribuzione.
- Calcolare la probabilità di eventi elementari.

### **Informatica**

- Riconoscere e utilizzare le funzioni di base di un sistema operativo.
- Utilizzare applicazioni di scrittura, calcolo e grafica.
- Raccogliere, organizzare e rappresentare informazioni.
- Utilizzare la rete Internet per ricercare dati e fonti e per la comunicazione interpersonale.
- Riconoscere i limiti e i rischi dell'uso della rete con particolare riferimento alla tutela della privacy.

### **Dati e previsioni**

- Dati, loro organizzazione e rappresentazione. Distribuzioni delle frequenze a seconda del tipo di carattere e principali rappresentazioni grafiche. Valori medi e misure di variabilità.
- Significato della probabilità e sue valutazioni. Semplici spazi (discreti) di probabilità: eventi disgiunti, probabilità composta, eventi indipendenti. Probabilità e frequenza.

### **Informatica**

- Architettura e componenti hardware e software di un computer.
  - Conoscenza dei software per la gestione di testi, di dati e di figure.
  - Ricerca nel web.
-

## Indicazioni metodologiche per il primo biennio

Nell'elaborazione dei Piani di studio di istituto e nella programmazione didattica dei singoli docenti è utile valorizzare quanto è suggerito a proposito della matematica nelle *Indicazioni nazionali* per i Licei, in quanto ciò si presta anche a impostare una metodologia didattica adeguata.

Si dovrà tener presente che in questo tipo di licei la matematica generalmente non è la disciplina a cui viene prestata maggior attenzione. Inoltre l'esiguo numero di ore, soprattutto nel triennio, non permetterà di approfondire tutti gli argomenti proposti. Sarà cura dell'insegnante stabilire il livello di approfondimento opportuno anche in riferimento al possibile utilizzo degli apprendimenti matematici in altre discipline scientifiche.

Si dovrà comunque evitare un apprendimento meccanico. L'obiettivo prioritario sarà quello di favorire una metodologia di approccio ai problemi ed allo studio della matematica, competenza che lo studente potrà utilizzare anche in autonomia in un possibile percorso universitario.

Si dovrà, quindi, ridurre la tendenza a ricercare procedimenti risolutivi standardizzati, propria di larga parte dell'insegnamento della matematica, e si cercherà anche di evitare il più possibile l'uso di formule risolutive da applicare in modo meccanico. Nei casi in cui tali formule si renderanno convenienti per la risoluzione veloce di problemi, si cercherà di richiamarne a più riprese la dimostrazione e le ragioni teoriche.

Durante il primo biennio si dovrà tenere presente che gli alunni non saranno ancora in grado di prender appunti in modo autonomo, seguendo la lezione e selezionando le cose importanti. Incontreranno difficoltà anche nel leggere e capire un testo matematico. Sarà importante, quindi, dedicare del tempo per far loro acquisire queste abilità che andranno gradatamente costruite nel corso del biennio e sostenute e migliorate nel corso di tutto il triennio.

Nel delicato passaggio da una metodologia più intuitiva alla formalizzazione astratta propria del linguaggio matematico, si ridurrà gradualmente l'appello all'intuizione, cercando di far maturare il gusto per il raggiungimento della coerenza formale e della completezza delle strutture teoriche utilizzate.

In particolare, nello studio della geometria andrà considerato il fatto che l'alunno avrà una concezione concreto-operativa della disciplina, conseguenza di un approccio quasi esclusivamente di tipo intuitivo-sperimentale della scuola di primo grado. Poiché non sentirà il bisogno di riorganizzare le sue conoscenze in modo più razionale, sarà opportuno presentargli alcune situazioni in cui l'evidenza intuitiva, usata in modo affrettato, porterà a conclusioni errate.

## Matematica

Sarà importante dedicare ampio spazio al problem solving: esaminando una situazione problematica l'alunno imparerà a formulare ipotesi di soluzione ed a ricercare il procedimento risolutivo utilizzando le proprie conoscenze, in un processo che lo abituerà a collegare razionalmente le nozioni teoriche apprese ed a sistemarle in un quadro teorico complessivo ed organico.

Nella scelta dei problemi da risolvere, diventerà particolarmente importante il collegamento con le altre discipline scientifiche. Infatti, l'utilizzo e la presentazione di problemi il più possibile reali e comunque distanti dall'esercizio applicativo, svilupperà l'attitudine ad individuare le situazioni problematiche e più in generale a porsi domande sui temi affrontati, e a giustificare e verificare i risultati.

Il ricorso ad esercizi di tipo applicativo sarà comunque utile sia per consolidare quanto appreso, sia per far acquisire sicurezza nel calcolo, per creare l'abitudine al controllo dei risultati, per consolidare la padronanza nel campo concettuale in esame.

Non si dovrà dimenticare l'importanza di ritornare a più riprese sugli argomenti trattati, in un percorso a spirale che approfondisca a più livelli e da più punti di vista i concetti portanti della disciplina. Sarà questo il modo per consolidare l'apprendimento e per trasmettere il gusto dell'approfondimento.

Nel guidare lo studente all'uso corretto di calcolatrici e computer, si dovrà puntare l'attenzione sul controllo della significatività del dato ottenuto, cercando di accrescere la consapevolezza del vantaggio e dei limiti nell'utilizzo di tali strumenti.

Il linguaggio matematico è per sua natura essenziale e sintetico. Tuttavia si dovrà educare lo studente ad esprimersi anche con il linguaggio naturale come strumento per pensare, per condividere le intuizioni, per completare e documentare adeguatamente i procedimenti risolutivi adottati. L'uso di commenti integrativi, supportati da descrizioni e grafici, accrescerà l'attitudine a giustificare le proprie affermazioni.

Andrà data rilevanza anche agli aspetti dell'autovalutazione, concernenti le modalità di svolgimento del lavoro e le strategie di apprendimento. Sarà importante, quindi, ricavare uno spazio per riflettere sul proprio lavoro, sul modo di affrontare i problemi e di prendere gli appunti, sul metodo di studio utilizzato, sulle differenti strategie per imparare e sulla loro eventuale ottimizzazione.

L'introduzione di riferimenti alla storia della matematica non potrà che dare concretezza e interesse ad argomenti spesso astratti. Sarà importante, laddove l'argomento lo consentirà, presentare anche i tentativi non riusciti per trasmettere l'idea che la matematica, come le altre scienze, si evolve in un percorso di ricerca in cui le intuizioni non sempre trovano riscontro in una legge generale.

Durante tutto il biennio l'alunno comincerà anche ad apprezzare ed usare il linguaggio matematico, cercando di valorizzare soprattutto il suo aspetto universale e sintetico.



## Approfondimenti

### Aritmetica e algebra

Il primo biennio sarà dedicato al passaggio dal calcolo aritmetico a quello algebrico. Lo studente svilupperà le sue capacità nel calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale. In questo contesto saranno studiate le proprietà delle operazioni. Lo studio dell'algoritmo euclideo per la determinazione del MCD permetterà di approfondire la conoscenza della struttura dei numeri interi e di un esempio importante di procedimento algoritmico. Lo studente acquisirà una conoscenza intuitiva dei numeri reali, con particolare riferimento alla loro rappresentazione geometrica su una retta. La dimostrazione dell'irrazionalità di  $\sqrt{2}$  e di altri numeri sarà un'importante occasione di approfondimento concettuale. Lo studio dei numeri irrazionali e delle espressioni in cui essi compaiono fornirà un esempio significativo di applicazione del calcolo algebrico e un'occasione per affrontare il tema dell'approssimazione. L'acquisizione dei metodi di calcolo dei radicali non sarà accompagnata da eccessivi tecnicismi manipolatori.

Lo studente apprenderà gli elementi di base del calcolo letterale, le proprietà dei polinomi e le operazioni tra di essi.

Lo studente acquisirà la capacità di eseguire calcoli con le espressioni letterali sia per rappresentare un problema (mediante un'equazione, disequazioni o sistemi) e risolverlo, sia per dimostrare risultati generali, in particolare in aritmetica.

### Geometria

Il primo biennio avrà come obiettivo la conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Verrà chiarita l'importanza e il significato dei concetti di postulato, assioma, definizione, teorema, dimostrazione, con particolare riguardo al fatto che, a partire dagli Elementi di Euclide, essi hanno permeato lo sviluppo della matematica occidentale. In coerenza con il modo con cui si è presentato storicamente, l'approccio euclideo non sarà ridotto a una formulazione puramente assiomatica.

Al teorema di Pitagora sarà dedicata una particolare attenzione affinché ne siano compresi sia gli aspetti geometrici che le implicazioni nella teoria dei numeri (introduzione dei numeri irrazionali) insistendo soprattutto sugli aspetti concettuali.

Lo studente acquisirà la conoscenza delle principali trasformazioni geometriche (traslazioni, rotazioni, simmetrie, similitudini con particolare riguardo al teorema di Talete) e sarà in grado di riconoscere le principali proprietà invarianti. Inoltre studierà le proprietà fondamentali della circonferenza.

La realizzazione di costruzioni geometriche elementari sarà effettuata sia mediante strumenti tradizionali (in particolare la riga e compasso, sottolineando il significato storico di questa metodologia nella geometria euclidea), sia mediante programmi informatici di geometria.

## Matematica

Lo studente apprenderà a far uso del metodo delle coordinate cartesiane, in una prima fase limitandosi alla rappresentazione di punti, rette e fasci di rette nel piano e di proprietà come il parallelismo e la perpendicolarità. L'intervento dell'algebra nella rappresentazione degli oggetti geometrici non sarà disgiunto dall'approfondimento della portata concettuale e tecnica di questa branca della matematica.

### Relazioni e funzioni

Obiettivo di studio sarà il linguaggio degli insiemi e delle funzioni (dominio, composizione, inversa, ecc.), anche per costruire semplici rappresentazioni di fenomeni e come primo passo all'introduzione del concetto di modello matematico. In particolare, lo studente apprenderà a descrivere un problema con un'equazione, una disequazione o un sistema di equazioni o disequazioni, a ottenere informazioni e ricavare le soluzioni di un modello matematico di fenomeni, anche in contesti di ricerca operativa o di teoria delle decisioni.

Lo studente studierà le funzioni del tipo  $f(x) = ax + b$ ,  $f(x) = |x|$ ,  $f(x) = a/x$ ,  $f(x) = x^2$  sia in termini strettamente matematici sia in funzione della descrizione e soluzione di problemi applicativi. Saprà studiare le soluzioni delle equazioni di primo grado in un'incognita, delle disequazioni associate e dei sistemi di equazioni lineari in due incognite, e conoscerà le tecniche necessarie alla loro risoluzione grafica e algebrica. Apprenderà gli elementi della teoria della proporzionalità diretta e inversa.

Lo studente sarà in grado di passare agevolmente da un registro di rappresentazione a un altro (numerico, grafico, funzionale), anche utilizzando strumenti informatici per la rappresentazione dei dati.

### Dati e previsioni

Lo studente sarà in grado di rappresentare e analizzare in diversi modi (anche utilizzando strumenti informatici) un insieme di dati, scegliendo le rappresentazioni più idonee. Saprà distinguere tra caratteri qualitativi, quantitativi discreti e quantitativi continui, operare con distribuzioni di frequenze e rappresentarle. Saranno studiate le definizioni e le proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità, nonché l'uso di strumenti di calcolo (calcolatrice, foglio di calcolo) per analizzare raccolte di dati e serie statistiche. Lo studio sarà svolto il più possibile in collegamento con le altre discipline anche in ambiti entro cui i dati siano raccolti direttamente dagli studenti.

Lo studente sarà in grado di ricavare semplici inferenze dai diagrammi statistici.

Egli conoscerà la nozione di probabilità, con esempi tratti da contesti classici e con l'introduzione di nozioni di statistica.

Sarà approfondito in modo rigoroso il concetto di modello matematico, distinguendone la specificità concettuale e metodica rispetto all'approccio della fisica classica

## Elementi di informatica

Lo studente diverrà familiare con gli strumenti informatici, al fine precipuo di rappresentare e manipolare oggetti matematici e studierà le modalità di rappresentazione dei dati elementari testuali e multimediali.

Un tema fondamentale di studio sarà il concetto di algoritmo e l'elaborazione di strategie di risoluzioni algoritmiche nel caso di problemi semplici e di facile modellizzazione e, inoltre, il concetto di funzione calcolabile e di calcolabilità e alcuni semplici esempi relativi.

## Secondo biennio e quinto anno

### Matematica. Secondo biennio

#### COMPETENZE

- **Padroneggiare i concetti, le tecniche e le procedure del calcolo algebrico, sapendole valorizzare nell'interpretazione di situazioni interne ed esterne alla matematica e nella risoluzione di problemi.**
- **Interpretare situazioni e risolvere problemi valorizzando i concetti e i metodi affrontati nello studio di funzioni ed equazioni.**
- **Rappresentare ed esaminare figure geometriche del piano e dello spazio, individuandone le principali proprietà e le modalità di misurazione delle loro lunghezze, aree e volumi.**
- **Utilizzare i metodi e gli strumenti fondamentali della probabilità e della statistica per interpretare situazioni presenti e prevedere eventi futuri.**
- **Valorizzare le conoscenze e le abilità sviluppate in ambito linguistico e logico per esaminare la correttezza delle varie argomentazioni in ambito matematico e per sviluppare propri ragionamenti e dimostrazioni in tale ambito.**

Abilità	Conoscenze
<p><b>Aritmetica e algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizzare le procedure di fattorizzazione dei polinomi e la divisione tra due polinomi. Operare con i vettori, anche in relazione alle applicazioni in fisica. Approssimare i risultati delle operazioni.</li> </ul> <p><b>Geometria</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Confrontare tra loro l'approccio sintetico e analitico allo studio delle sezioni coniche. Calcolare lunghezze e aree presenti nel cerchio. Utilizzare le proprietà delle funzioni circolari nella risoluzione dei triangoli e in altri ambiti disciplinari. Riconoscere e descrivere le figure nello spazio in particolare le posizioni reciproche di rette e piani.</li> </ul> <p><b>Relazioni e funzioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Studiare le funzioni quadratiche e risolvere equazioni e disequazioni di secondo grado. Risolvere problemi mediante equazioni di secondo grado.</li> <li>- Studiare funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziali e logaritmiche.</li> <li>- Costruire semplici modelli di crescita e decrescita esponenziale e di andamento periodico, anche in rapporto alle altre discipline.</li> </ul> <p><b>Dati e previsioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizzare le conoscenze statistiche e probabilistiche in particolare nell'ambito di altre discipline.</li> <li>- Valorizzare il calcolo combinatorio in alcune situazioni significative.</li> </ul>	<p><b>Aritmetica e algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fattorizzazione dei polinomi e divisione tra polinomi. L'algebra vettoriale. I numeri <math>e</math> e <math>\pi</math>, loro significato e utilizzazione. I numeri reali e l'infinito matematico. Il calcolo approssimato.</li> </ul> <p><b>Geometria</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Le sezioni coniche nell'approccio sintetico e analitico. Circonferenza e cerchio. Le funzioni circolari, anche nella risoluzione dei triangoli. Luoghi geometrici. Figure nello spazio. Posizioni reciproche di rette e piani nello spazio.</li> </ul> <p><b>Relazioni e funzioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Funzioni quadratiche. Equazioni e disequazioni di secondo grado. Funzioni elementari dell'analisi e loro rappresentazione grafica.</li> </ul> <p><b>Dati e previsioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Distribuzioni doppie condizionate e marginali; deviazione standard; dipendenza; correlazione e regressione. Il concetto di campione statistico.</li> <li>- Probabilità condizionata e composta. Formula di Bayes. Calcolo combinatorio.</li> <li>- Il modello matematico.</li> </ul>

## Indicazioni metodologiche per il secondo biennio

Nell'elaborazione dei Piani di studio di istituto e nella programmazione didattica dei singoli docenti è utile valorizzare quanto è suggerito a proposito della matematica nelle *Indicazioni nazionali* per i Licei, in quanto ciò si presta anche a impostare una metodologia didattica adeguata.

Durante il secondo biennio lo studente dovrà consolidare le abilità apprese in precedenza e quindi bisognerà prevedere attività per sostenere, migliorare ed integrare quanto già incontrato.

Durante tutto il biennio l'alunno comincerà ad apprezzare ed usare il linguaggio matematico, cercando di valorizzare soprattutto il suo aspetto universale e sintetico. Il secondo biennio potrà offrire numerose occasioni per riflettere sul linguaggio scientifico in rapporto a quello letterario. Si potrà comprendere il valore dell'uso di una terminologia univoca in matematica e di un linguaggio che trova il suo valore nella ricchezza dei termini usati, in letteratura. La lettura dei testi originali dei grandi scienziati (es. Euclide, Leonardo, Galilei, ...) permetterà di comprendere come anche il linguaggio matematico si sia evoluto verso una essenzialità e una pulizia che non è solo formalismo ma vera letteratura.

Anche nel secondo biennio, sarà importante dedicare ampio spazio al problem solving: esaminando una situazione problematica, l'alunno imparerà a formulare ipotesi di soluzione ed a ricercare il procedimento risolutivo utilizzando le proprie conoscenze, in un processo che lo abituerà a collegare razionalmente le nozioni teoriche apprese ed a sistamarle in un quadro teorico complessivo ed organico.

Nella scelta dei problemi da risolvere, diventerà sempre più importante il collegamento con le altre discipline scientifiche, con una particolare attenzione allo studio delle condizioni limite.

Nel secondo biennio, l'uso di calcolatrici e di computer diventerà necessario per affrontare alcuni temi. Tuttavia, andrà sempre dedicata molta importanza al controllo della significatività del dato ottenuto ed alla consapevolezza del vantaggio e dei limiti nell'utilizzo di tali strumenti.

Pur ponendo attenzione alla progettazione di un percorso di apprendimento attento alla successione logica e coerente dei concetti matematici, sarà comunque importante evidenziare il significato culturale, tecnico - scientifico, economico e sociale delle idee matematiche utilizzate, proponendo utili rimandi allo sviluppo storico di tali idee.

Si continuerà a dare rilevanza agli aspetti dell'autovalutazione perfezionando la capacità di analizzare le differenti strategie utilizzate nell'apprendimento al fine di una loro ottimizzazione.

## Matematica

### Approfondimenti

#### Aritmetica e algebra

Lo studente apprenderà a fattorizzare semplici polinomi, saprà eseguire semplici casi di divisione con resto fra due polinomi, e ne approfondirà l'analogia con la divisione fra numeri interi.

Apprenderà gli elementi dell'algebra dei vettori (somma, moltiplicazione per scalare e prodotto scalare), e ne comprenderà il ruolo fondamentale nella fisica.

Lo studio della circonferenza e del cerchio, del numero  $\pi$ , e di contesti in cui compaiono crescite esponenziali con il numero  $e$ , permetteranno di approfondire la conoscenza dei numeri reali, con riguardo alla tematica dei numeri trascendenti. Attraverso una prima conoscenza del problema della formalizzazione dei numeri reali lo studente si introdurrà alla problematica dell'infinito matematico e delle sue connessioni con il pensiero filosofico. Inoltre acquisirà i primi elementi del calcolo approssimato, sia dal punto di vista teorico sia mediante l'uso di strumenti di calcolo.

#### Geometria

Le sezioni coniche saranno studiate sia da un punto di vista geometrico sintetico che analitico. Inoltre, lo studente approfondirà la comprensione della specificità dei due approcci (sintetico e analitico) allo studio della geometria.

Studierà le proprietà della circonferenza e del cerchio e il problema della determinazione dell'area del cerchio. Apprenderà le definizioni e le proprietà e relazioni elementari delle funzioni circolari, i teoremi che permettono la risoluzione dei triangoli e il loro uso nell'ambito di altre discipline, in particolare nella fisica.

Studierà alcuni esempi significativi di luogo geometrico.

Affronterà l'estensione allo spazio di alcuni temi e di alcune tecniche della geometria piana, anche al fine di sviluppare l'intuizione geometrica. In particolare, studierà le posizioni reciproche di rette e piani nello spazio, il parallelismo e la perpendicolarità.

#### Relazioni e funzioni

Lo studente affronterà lo studio delle funzioni quadratiche e apprenderà a risolvere equazioni e disequazioni di secondo grado e rappresentare e risolvere problemi utilizzando equazioni di secondo grado.

Studierà le funzioni elementari dell'analisi e dei loro grafici, in particolare le funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziali e logaritmiche.

Apprenderà a costruire semplici modelli di crescita o decrescita esponenziale, nonché di andamenti periodici, anche in rapporto con lo studio delle altre discipline; tutto ciò sia in un contesto discreto sia continuo. Non sarà richiesta

l'acquisizione di particolare abilità nella risoluzione di equazioni e disequazioni in cui compaiono queste funzioni, abilità che sarà limitata a casi semplici e significativi.

### Dati e previsioni

Lo studente, in ambiti via via più complessi, il cui studio sarà sviluppato il più possibile in collegamento con le altre discipline e in cui i dati potranno essere raccolti direttamente dagli studenti, saprà far uso delle distribuzioni doppie condizionate e marginali, dei concetti di deviazione standard, dipendenza, correlazione e regressione, e di campione.

Studierà la probabilità condizionata e composta, la formula di Bayes e le sue applicazioni, nonché gli elementi di base del calcolo combinatorio.

In relazione con le nuove conoscenze acquisite approfondirà il concetto di modello matematico.

## Matematica. Quinto anno

### COMPETENZE

---

- *Utilizzare i metodi e gli strumenti concettuali e operativi dell'analisi per affrontare situazioni e problemi interni ed esterni alla matematica, in particolare di natura fisica.*
- *Rappresentare e analizzare figure geometriche dello spazio in forma analitica.*
- *Utilizzare i metodi e gli strumenti fondamentali della probabilità e della statistica per interpretare situazioni presenti e prevedere eventi futuri.*
- *Esaminare e costruire modelli matematici, evidenziandone il significato e il valore conoscitivo.*

Abilità	Conoscenze
<p><b>Geometria</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Rappresentare analiticamente rette, piani e sfere nello spazio.</li></ul>	<p><b>Geometria</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Geometria analitica dello spazio, in particolare rette, piani e sfere.</li></ul>
<p><b>Relazioni e funzioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Calcolare i limiti di una successione e di una funzione in casi semplici.</li><li>- Calcolare la derivata di funzioni già studiate e in particolare di semplici prodotti, quozienti, composizioni di funzioni, di funzioni razionali.</li><li>- Calcolare l'integrale di funzioni polinomiali intere e altre funzioni elementari. Determinazione delle aree in casi semplici.</li><li>- Comprendere il significato grafico di limiti, derivate, integrali.</li></ul>	<p><b>Relazioni e funzioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Elementi di analisi matematica. Limite di una successione e di una funzione. Continuità, derivabilità e integrabilità di una funzione. Derivata e integrale di una funzione. Rappresentazione grafica di semplici funzioni.</li></ul>
<p><b>Dati e previsioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Costruire e analizzare modelli matematici.</li></ul>	<p><b>Dati e previsioni</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Distribuzioni di probabilità: distribuzione binomiale, distribuzione continua.</li><li>- Approfondimento del concetto di modello matematico.</li></ul>

---



## Indicazioni metodologiche per il quinto anno

Nell'elaborazione dei Piani di studio di istituto e nella programmazione didattica dei singoli docenti è utile valorizzare quanto è suggerito a proposito della matematica nelle *Indicazioni nazionali* per i Licei, in quanto ciò si presta anche a impostare una metodologia didattica adeguata.

Le indicazioni metodologiche del quinto anno fanno stretto riferimento a quelle del biennio precedente, con le integrazioni seguenti.

Nell'anno finale lo studente approfondirà la comprensione del metodo assiomatico e la sua utilità concettuale e metodologica anche dal punto di vista della modellizzazione matematica. Gli esempi verranno tratti dal contesto dell'aritmetica, della geometria euclidea o della probabilità ma è lasciata alla scelta dell'insegnante la decisione di quale settore disciplinare privilegiare allo scopo.

Lo studio dell'analisi sarà accompagnato da problemi che ne evidenzino la reale applicazione nei vari settori della tecnologia, dell'economia e delle scienze.

Uno degli obiettivi specifici del quinto anno sarà quello di portare gli studenti, attraverso una partecipazione attiva e responsabile, ad essere consapevoli delle proprie conoscenze e competenze per poterle poi confrontare con le esigenze poste dallo studio della matematica all'università. A questo proposito si suggeriscono anche attività mirate che portino lo studente a misurarsi con la sua capacità di autoapprendere (es. uso di piattaforme per lo studio autonomo, attività proposte dall'università o da altri enti formativi...).

Il quinto anno sarà quello privilegiato per dare un significato compiuto agli strumenti matematici incontrati negli anni precedenti. Sarà quindi l'occasione per far gustare la matematica nelle sue diverse sfaccettature: come disciplina strettamente collegata agli altri saperi ma nello stesso tempo autosufficiente, come rigore e precisione ma anche come intuizione e creatività nella ricerca delle soluzioni più idonee, come sfida alla capacità di apprendere e di costruire un pensiero corretto.

### Approfondimenti

#### Geometria

Lo studente apprenderà i primi elementi di geometria analitica dello spazio e la rappresentazione analitica di rette, piani e sfere.

## Matematica

### Relazioni e funzioni

Lo studente approfondirà lo studio delle funzioni fondamentali dell'analisi anche attraverso esempi tratti dalla fisica o da altre discipline. Acquisirà il concetto di limite di una successione e di una funzione e apprenderà a calcolare i limiti in casi semplici.

Lo studente acquisirà i principali concetti del calcolo infinitesimale – in particolare la continuità, la derivabilità e l'integrabilità – anche in relazione con le problematiche in cui sono nati (velocità istantanea in meccanica, tangente di una curva, calcolo di aree e volumi). Non sarà richiesto un particolare addestramento alle tecniche del calcolo, che si limiterà alla capacità di derivare le funzioni già studiate, semplici prodotti, quozienti e composizioni di funzioni, le funzioni razionali e alla capacità di integrare funzioni polinomiali intere e altre funzioni elementari, nonché a determinare aree e volumi in casi semplici. L'obiettivo principale sarà soprattutto quello di comprendere il ruolo del calcolo infinitesimale in quanto strumento concettuale fondamentale nella descrizione e nella modellizzazione di fenomeni fisici o di altra natura. In particolare, si tratterà di approfondire l'idea generale di ottimizzazione e le sue applicazioni in numerosi ambiti.

### Dati e previsioni

Lo studente apprenderà le caratteristiche di alcune distribuzioni di probabilità (in particolare, la distribuzione binomiale e qualche esempio di distribuzione continua).

In relazione con le nuove conoscenze acquisite, anche nell'ambito delle relazioni della matematica con altre discipline, lo studente avrà ulteriormente approfondito il concetto di modello matematico e sviluppato la capacità di costruirne e analizzarne esempi.